Econometría I
Tarea 1

Magíster en Economía, Universidad Alberto Hurtado

Fecha de entrega: 8 de septiembre de 2025 (al principio de la ayudantía)
Total: 60 puntos

1. (10 puntos) Suponga un modelo de regresión simple

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + u.$$

Reemplace en la expresión general $\beta = \mathbb{E}(xx')^{-1}\,\mathbb{E}(xy)$ para demostrar que $\beta_1 = \operatorname{Cov}(x_1, y)/\operatorname{Var}(x_1)$ y $\beta_0 = \mathbb{E}(y) - \beta_1\,\mathbb{E}(x_1)$. El modelo anterior pertenece a una familia de modelos con la característica que la esperanza condicional es lineal ¿Cuál es ésta familia de modelos?

2. (10 puntos) Suponga dos modelos de regresión

$$y = x'\gamma + u, \tag{1}$$
$$y = x'\beta_1 + z'\beta_2 + v, \tag{2}$$

donde el modelo (2) incluye x (las variables explicativas del modelo 1) e incluye z (variables adicionales no incluidas en el modelo 1). Además suponga que x incluye una constante. Demuestre que $\operatorname{Var}(u) \geq \operatorname{Var}(v)$.
Utilice el resultado anterior para argumentar que siempre que agreguemos variables el R^2 del modelo aumenta.

3. (20 puntos) Dados los modelos de regresión

$$y = \gamma_0 + \gamma_1 x_1 + u, \tag{3}$$
$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + v. \tag{4}$$

   (a) Encuentre la relación entre β_1 y γ_1. ¿Cuando se cumple que $\beta_1 = \gamma_1$?
   (b) Suponga que $y = \log(\text{salarios})$, $x_1 =$ años de educación, y $x_2 =$ habilidad innata. Si el modelo (4) mide el efecto causal de educación en salarios, comente sobre las consecuencias de utilizar el modelo (3) en lugar del modelo (4).

Pista: Escriba γ_1 utilizando la fórmula para el modelo de regresión simple, y luego reemplace y según el modelo (4).

4. (20 puntos) Estamos interesados en el modelo de regresión

$$q^* = \beta_0 + \beta_1 x_1 + r^*$$

donde $\mathbb{E}(r^*) = 0$ y $\mathbb{E}(x_1\, r^*) = 0$. Suponga que no se puede observar q^* pero observamos q tal que $q = q^* + e$ donde $\mathbb{E}(e) = 0$ y $\mathbb{E}(x_1\, e) = 0$. Se puede interpretar que q es una medición con errores de medida de q^*.

(a) Dado el modelo lineal de regresión de q (la variable observada con errores de medida) en x_1:

$$q = \delta_0 + \delta_1 x_1 + error.$$

Demuestre que $\delta_1 = \beta_1$ y $\delta_0 = \beta_0$.

(b) Suponga que $\mathbb{E}(r^* e) = 0$ y demuestre que la varianza del error es mayor en el modelo con error de medida.