

# Econometría I

## Ayudantía 2

Magíster en Economía, Universidad Alberto Hurtado

1. *Probabilidades condicionales.*  $X$  puede asumir dos valores 0, 1;  $Y$  puede asumir tres valores -1,0,1.

Table 1: Función de probabilidad conjunta

		X	
		0	1
Y	-1	1/8	1/6
	0	1/4	1/6
	1	1/8	1/6

- (a) Calcule probabilidades marginales y  $\mathbb{E}(Y)$ .
  - (b) Calcule probabilidades condicionales y  $\mathbb{E}(Y|X)$ .
  - (c) Concluya que independencia en media no implica independencia.
2. *Covarianza e independencia en media.* Suponga que las variables aleatorias  $X, Z$  se distribuyen como Normal(0, 1) y son independientes, y suponga que  $Y = X^2 + Z$ . Encuentre la esperanza condicional de  $Y$  dado  $X$  ( $\mathbb{E}(Y|X)$ ) y la covarianza entre  $X$  e  $Y$  ( $\text{Cov}(X, Y)$ ).  
Pista:  $\mathbb{E}((X - \mathbb{E} X)^3) = 0$  para distribuciones simétricas como la normal.
  3. *Independencia, independencia en media, correlación.* Suponga una variable aleatoria  $U$  con media cero  $\mathbb{E}(U) = 0$ . Responda si la afirmación es verdadera o falsa.
    - (a) Si  $\mathbb{E}(U|X) = 0$  entonces  $\mathbb{E}(X^2U) = 0$ .
    - (b) Si  $\mathbb{E}(XU) = 0$  entonces  $\mathbb{E}(X^2U) = 0$ .
    - (c) Si  $\mathbb{E}(U|X) = 0$  entonces  $U$  es independiente de  $X$ .
    - (d) Si  $\mathbb{E}(XU) = 0$  entonces  $\mathbb{E}(U|X) = 0$ .
  4. *Multicolínealidad perfecta.* Suponga que  $X$  viene dada por

$$X = \begin{pmatrix} 1 \\ X_1 \\ X_2 \end{pmatrix}$$

y  $X_2 = \alpha_1 + \alpha_2 X_1$ .

- (a) Demuestre que  $\mathbb{E}(X X')$  no es invertible. ¿Cuál es la causa de la no invertibilidad?
  - (b) Utilice la condición  $\mathbb{E}(X(Y - X'\beta)) = 0$  para encontrar  $\beta$ . ¿Cuáles son las consecuencias para el modelo de regresión o proyector lineal de la no invertibilidad de  $\mathbb{E}(X X')$ ?
5. Considera el modelo con solamente un intercepto  $Y = \beta_0 + \epsilon$  donde  $\beta_0$  es el proyector lineal. Demuestre que  $\beta_0 = \mathbb{E}[Y]$ .